2017年度入学試験問題(前期)

数　学(問　題)

注　意

1)　数学の問題冊子は4ページあり，問題はⅠ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳの4題である。

2)　別に解答用紙1枚があり，**解答はすべてこの解答用紙の指定欄に記入すること。**

指定欄以外への記入はすべて無効である。

計算や下書きは問題用紙の白紙・空白部分を利用して行うこと。

3)　**解答用紙の所定欄に受験番号を記入せよ。氏名を記入してはならない。**

なお，記入した受験番号が誤っている場合や無記入の場合は，数学の試験が無効となる。

解答用紙の※印の欄には何も記入してはならない。

4)　問題冊子，解答用紙はともに持ち出してはならない。

5)　試験終了時には，問題冊子の上に解答用紙を裏返して置くこと。解答用紙，問題冊子の回収後，監督者の指示に従い退出すること。

2017年度入学試験問題（前期）
数学（問題）訂正

1ページ
問題Ⅰ（2）3行目
誤：$f(29 \times 2017) =$
正：$f(29 \times 2017)$　（＝を除く）

I　(1)〜(6)の $\boxed{}$ の中に，あてはまる数，角度，整式，不等式，記号，語句などを記入せよ。

(1) 次の式を係数が実数となるように因数分解せよ。$4x^4-4x^2+9=$ $\boxed{ア}$。また，$4z^4-4z^2+9=0$ となる複素数解は $\boxed{イ}$ であり，これらの解を表す点を複素数平面上に図示すると $\boxed{ウ}$ となる。

(2) n を自然数とするとき，1から n までの自然数で n と互いに素であるものの個数を $f(n)$ と表す。このとき，$f(29)=$ $\boxed{エ}$ であり，$f(2017)=$ $\boxed{オ}$ である。さらに $f(29\times 2017)=$ を8進法で表すと $\boxed{カ}$ である。

(3) 不等式 $\log_x(x^2-2x+5)\leqq\log_x(-2x^2+5x+3)$ を満たす x の範囲は $\boxed{キ}$ である。

(4) $0\leqq\theta\leqq\pi$ のとき，
不等式 $(\sin 2\theta+\cos\theta)(1-2\sin\theta)+(2\cos 2\theta-1)>0$ を満たす θ の範囲は $\boxed{ク}$ である。

(5) 実数 a について，$f(x)=x^3-x^2-9x+9$，$g(x)=a(x^2-1)$ と定義したとき，$f(x)=g(x)$ はちょうど2つの実数解を持つ。このとき，$a=$ $\boxed{ケ}$ であり，$f(x)$ と $g(x)$ で囲まれる面積は $\boxed{コ}$ である。

(6) 次の5つの命題がある。
命題1：「命題1は真」，命題2：「命題1は偽」，命題3：「命題2は真」，
命題4：「命題3は偽」，命題5：「命題4は偽」
この5つの命題の中で，2つの命題が真で3つの命題が偽であるとき，真の命題は $\boxed{サ}$ である。

Ⅱ　m 個の席がある円卓があり，時計回りに１，２，３，…，m の座席番号が付いている(時計回りに m の席の次の席は１の席である)。整数で表される時刻 n で k の席に座っている人は，時刻 $n+1$ でさいころをふって出た目の数だけ時計回りに数えた席に移動する。例えば，$m=5$ のとき２の席に座っている人は，３の目が出たときは５の席に，４の目が出たときは１の席に移動する。時刻０において１の席に座っていた人が，時刻 n において k の席に座っている確率を $P_m(n,\ k)$ と表す。さいころの目の出方が同様に確からしいとして以下の問に答えよ。

(1)　次の確率を求めよ。

$P_3(5,1)=$ $\boxed{\text{シ}}$，

$P_4(2,3)=$ $\boxed{\text{ス}}$，

$P_5(5n,\ 1)=$ $\boxed{\text{セ}}$

(2)　次の確率を求めよ。

$P_7(n,\ 1)=$ $\boxed{\text{ソ}}$

(3)　$m=7$ のとき，$n \geqq 1$ の時刻 $n+1$ において１の席に座っている人が，時刻 n において３の席に座っていた確率は $\boxed{\text{タ}}$ である。

(4)　$m=7$ のとき，時刻０において，１，３，５の席に男性が，２，４，６，７の席に女性が座っている。時刻 n において，１の席に男性が座っている確率は $\boxed{\text{チ}}$ である。

Ⅲ xy 平面上に原点O(0, 0)，点A(2, 0)，点B(1, 3)，点C(3, 3)をとる。このとき，線分OAと線分BC上に，端点を除く点を移動する点P，Qをそれぞれ定める。線分OQと線分BPとの交点をE，線分AQと線分CPとの交点をFとする。

(1) 点P，Qをどのようにとっても，線分EFはある定点を通る。この定点の座標は $\boxed{\text{ツ}}$ である。

(2) 点Qをある点に固定して，点Pを線分OA上で移動させたときに線分EFが通過する範囲を D とする。Qの座標を$\left(\frac{3}{2}, 3\right)$に固定したときの D を $\boxed{\text{テ}}$ に図示せよ。

ただし，条件を満たす領域を斜線で明示することとし，境界上の点を含むときは実線を，境界上の点を含まないときは点線を用いて表記すること。また，交点を含む場合は黒丸(●)，交点を含まない場合は白丸(○)で表記せよ。
(注： $\boxed{\text{テ}}$ の欄内に，これらの表記に関する説明を記載しないこと。)

(3) 点Qの x 座標を t としたとき，D の面積 S は t の関数として $S=$ $\boxed{\text{ト}}$ と表せる。
面積 S は $t=$ $\boxed{\text{ナ}}$ の時に最小値 $\boxed{\text{ニ}}$ をとる。

Ⅳ　$f_0(x)$を次のように定める。$f_0(x)=\begin{cases} 0 & (x<1) \\ (x-1)e^{1-x} & (1 \leqq x) \end{cases}$

$0 \leqq x$において$f_n(x)$を次式で定義する。

$f_n(x)=f_{n-1}(x)+f_0(x-n)$　　(ただし，nは自然数)

(1)　このとき，$f_2(2)=\boxed{\text{ヌ}}$，$f_3(3)=\boxed{\text{ネ}}$，

$f_n(n)=\boxed{\text{ノ}}$である。

(2)　つぎに$I_0(x)=\displaystyle\int_x^{x+1} f_0(t)\,dt$と定義する。

$$I_0(x)=\begin{cases} 0 & (x<0) \\ \boxed{\text{ハ}} & (0 \leqq x < 1) \\ \boxed{\text{ヒ}} & (1 \leqq x) \end{cases}$$　である。

(3)　$\displaystyle\int_x^{x+1} f_0(t-n)\,dt$を$I_0$を用いて表すと$\boxed{\text{フ}}$である。

(4)　$f_n(x)=f_{n-1}(x)$が成り立つxの範囲は$x<\boxed{\text{ヘ}}$である。

(5)　$I_n(x)=\displaystyle\int_x^{x+1} f_n(t)\,dt$とおく。

$$I_n(x)=\begin{cases} \boxed{\text{ホ}} & (x<0) \\ \boxed{\text{マ}} & (0 \leqq x < \boxed{\text{ヘ}}) \\ \boxed{\text{ミ}} & (\boxed{\text{ヘ}} \leqq x) \end{cases}$$　である。